|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Неронов Роман  Михайлович | 20.Б11-пу | 03.10.2021 |
| Номер эссе: 3,4 | Тема эссе: “КИНЕМАТИКА ТОЧКИ” 1-5 параграфы | |

*Механическая система в момент t0 /положение системы в момент t0* - точка M0 в En, n = 1, 2, 3.

Пусть J – промежуток на R.

*Движение системы(точки)* - дважды непрерывно дифференцируемая функция D: J → En времени t такую, что D(t0) = M0.

Если точка пространства представлена радиус–вектором в какой-либо декартовой системе координат, то ее движение представляется вектор–функцией : J → Rn . В этом случае скорость это - вектор–функции =, ускорение точки - =, а траектория точки - кривая {(t) ∈ Rn |t ∈ J}.

**Коэффициенты Ламе (Hm):**

,



Движение точки в криволинейных координатах =(q1(t), q2(t), q3(t)) - (дважды непрерывно дифференцируемая вектор–функцию аргумента t (времени) на промежутке J ⊂ R).

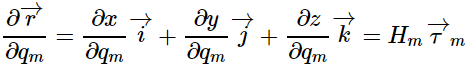
**Теорема.**   
Пусть = (q1(t), q2(t), q3(t)) – движение точки, – проекция вектора скорости = на qm (то есть на ось ).

Тогда:

**Доказательство:**

Так как

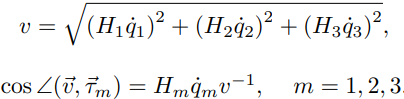
 ,

 ,

То



**Следствие**



**Проекции ускорения точки на оси ортогональной криволинейной системы координат**

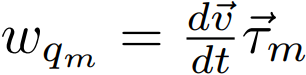
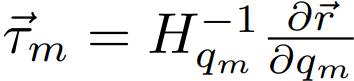
**Теорема.**  
Знаем, что:

Пусть – проекция ускорения на ось qm , то есть на вектор , и используя вышесказанные обозначения и T = = 2.

Тогда, если криволинейная система координат (q1, q2, q3) ортогональна, то = −1 (T), где (T) – *линейный дифференциальный оператор*, определяемый равенством:

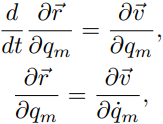
*.*

**Доказательство:**

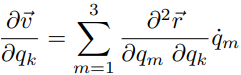
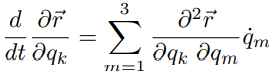
1) ,  => 

2) Доказать: 

3) Так как  то 2) будет доказано, если



4) Доказать равенства 3)

5) Второе следует из  , а первое из равенств: (получено дифференцированием предыдущего равенства) и .

**Описание движения точки в естественных координатах**

Зададим траекторию движения точки функцией (t) = (x(t), y(t), z(t)) на некотором промежутке J ⊂ R времени t. Предположим, что функция (t) непрерывно дифференцируема k раз, причём , . В каждой точке (t) участка траектория имеет касательную, совпадающую по направлению с вектором скорости =(t).

Далее, рассмотрим базис (, ,) (тройка единичных взаимно-ортогональных векторов), где - орт касательной, - орт нормали, = × - орт бинормали.

С каждой парой  мы связали естественный базис

Разложение скорости по осям данной системы координат: =.

Так как , то  лежит в соприкасающейся плоскости.

Мы знаем:

векторы и лежат в соприкасающейся плоскости, следовательно вектор

d/dt = −1(− (d/dt)) лежит в соприкасающейся плоскости.

Так как то вектор d/dt ортогонален вектору

(направлен по вектору ).

Получаем: , , где ,

τ, n - *касательное и нормальное ускорения*. n может быть выражена через радиус кривизны траектории. Чтобы получить это введем *естественные координаты (s), угол смежности* (∆ϕ), *кривизну (*K = dϕ/ds) *и радиус кривизны (* = K−1). Получаем: , .

**Лемма:**

***Доказательство:***

***1)*** 

2) 

3) 

4) При  получим требуемое

**Теорема:**

***Доказательство:***

***Из*** ***,*** ***,***  ***получим***



**Кинематический метод определения кривизны траектории движения точки:**

Движение точки задано тройкой скалярных функций x(t), y(t), z(t). = (t), = (t) - модули скорости и ускорения. Из приведённых выше формул выводим:

Пусть движение точки задано тройкой криволинейных координат - скалярных функций q1(t), q2(t), q3(t), и = (t), = (t) - модули ее скорости и ускорения.

Получим формулы:

**Прямолинейное движение**

Траектория точки лежит на прямой. Начало системы Oxyz поместим на эту прямую, а ось x направим вдоль нее. Получаем y = 0, z = 0 и формулы:

Прямолинейное движение - *равномерное*, если v(t) = α, где α - const

Прямолинейное движение - *равнопеременное*, если w(t) = α, где α - const

**Движение по окружности:**

Углом поворота между векторами:

=

Угол между и - величина |∠(,)| = arccos(,).

*Движением по окружности* - любое движение точки, траектория которой лежит на окружности.

∆s — приращение естественной координаты за время движения точки от момента t до момента t+∆t, ∆ϕ — *угол смежности за это время*.

∆s = R∆ϕ. При ∆t -> 0, получаем равенства:

K = dϕ/ds = lim при ∆s→0 (∆ϕ/∆s) = R−1, = R.

Движение в цилиндрической системе координат: z = 0, r = R, ϕ = ϕ(t).

Приращение полярного угла за время ∆t - угол смежности за это время.

Так как = ds/dt, и разделив равенство ∆s = R∆ϕ на ∆t и при ∆t→ 0, получим:

= Rϕ, τ = = Rϕ, n = 2/ = Rϕ2 , = R + R2.

Пусть — единичный вектор, параллельный бинормали и исходящий из полюса — центра окружности, ∆ϕ — вектор угла поворота, = — средняя угловая скорость, = — угловая скорость, = — угловое ускорение. Получаем формулы: = Rω, τ = Rε, n = Rω2, = Rε + Rω2.

Движение по окружности - *равномерное вращение*, если ω = ω0, где ω0 = const.

Так как ω = то ϕ(t) = ω0(t − t0) + ϕ(t0), ε = 0, τ = 0, n = R.

Движение по окружности - *равнопеременное вращение*, если ε = ε0=const.

Так как ε==, то ϕ(t) = (t − t0)2 + ω(t0)(t − t0) + ϕ(t0), τ = Rε0.